기초수학

(고교과정)

WISDOM Math

퍼스트편입

CHAPTER 01
다항식과 방정식

필수 용어 정리

(1) 단항식 : $3x^3y^2$과 같이 수 또는 문자의 곱셈만으로 나타내어진 식

(2) 다항식 : 한 개 이상의 단항식을 $+$ 또는 $-$로 연결한 식

(3) 항 : 다항식을 이루고 있는 각각의 단항식

(4) 지수 : 수 또는 문자를 여러번 곱한 것을 나타낸 수

ex) a^b의 b, 3^7의 7, $(xy)^3$의 3, $a^3b^2c^5$에서 b의 지수는 2

(4) 다항식의 차수 : 다항식에서 특정한 문자에 대하여 차수가 가장 높은 항의 차수

ex) $x^2+2x^2y^3-3y^5+1$은 x에 대한 2차식, y에 대한 5차식,

(5) 계수 : 항에서 특정한 문자를 제외한 나머지 부분

(6) 상수항 : 다항식에서 특정 문자를 포함하지 않는 항 또는 숫자만 있는 항

ex) $xy^2-2x+4y^2+1$은 $(y^2-2)x+4y^2+1$이므로 x에 대한 일차식이고, x의 계수는 y^2-2, x에 대한 상수항은 $4y^2+1$.

(7) 동류항 : 문자와 차수가 같은 항

ex) $2x^3+2x+2-x^3+y^2+2y^2$에서 동류항은 $2x^3$과 $-x^3$, y^2과 $2y^2$

(8) 내림차순 : 특정 문자에 대하여 차수가 높은 항부터 낮은 항까지 차례로 정리

(9) 오름차순 : 특정 문자에 대하여 차수가 낮은 항부터 높은 항까지 차례로 정리

(10) 전개 : 다항식의 곱을 괄호를 풀어서 하나의 다항식으로 나타내는 것

1. 다항식

1.1 다항식의 연산

1) 다항식의 덧셈과 뺄셈

(1) 다항식 A, B에 대하여 동류항끼리 모아서 정리한다.

(2) 다항식의 덧셈에 대한 연산 법칙

① 교환법칙 : $A+B=B+A$

② 결합법칙 : $(A+B)+C=A+(B+C)$

2) 다항식의 곱셈

(1) 다항식의 곱셈에 대한 연산 법칙

① 교환법칙 : $AB=BA$

② 결합법칙 : $(AB)C=A(BC)$

③ 분배법칙 : $A(B+C)=AB+AC$, $(A+B)C=AC+BC$

3) 다항식의 나눗셈

(1) 다항식 A를 다항식 B $(B\neq 0)$로 나눌 때의 몫을 Q, 나머지를 R이라 하면

$$A=BQ+R$$

로 쓸 수 있다. (R의 차수 $<$ B의 차수)

ex) B가 일차식일 때 ⇨ 나머지 a (상수)

ex) B가 이차식일 때 ⇨ 나머지 $ax+b$

ex) B가 삼차식일 때 ⇨ 나머지 ax^2+bx+c

Q ⇦ 몫
$B \,\big)\, A$
BQ
R ⇦ 나머지

(2) 두 다항식을 각각 내림차순으로 정리한 후 자연수의 나눗셈과 같은 방법으로 계산한다.

이때 (나머지의 차수) < (나누는 식의 차수) 이다.

ex) $(3x^3-2x^2-2)\div(x+2)$와 $137\div 4$를 비교하며 익숙해지자.

다항식의 나눗셈

⇦ 몫
$x+2 \,\big)\, 3x^3-2x^2 \qquad -2$
⇦ $(x-2)^2\times 3x^2$
⇦
⇦
⇦ 나머지

몫은 , 나머지는 이다.

즉 $3x^3-2x^2-2=$

자연수의 나눗셈

⇦ 몫
$4 \,\big)\, 137$
⇦ $3\times 4=12$
⇦
⇦ 나머지

몫은 , 나머지는 이다.

즉 $137=$

(3) 조립제법

다항식 $f(x)$를 일차식 $x-a$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 직접 나눗셈을 하지 않고 계수만을 사용하여 간편하게 몫과 나머지를 구하는 방법을 조립제법이라 한다.

ex) $\left(3x^3-2x^2-2\right)\div(x+2)$

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 3 & -2 & 0 & -2 \\ \hline & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

1.2 곱셈공식과 변형

곱셈공식

① $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2,\ (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

② $(a+b)(a-b)=a^2-b^2,\quad (a-1)(a+1)\left(a^2+1\right)\left(a^4+1\right)=a^8-1$

③ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

④ $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

⑤ $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

⑥ $(x+a)(x+b)(x+c)=x^3+(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x+abc$

⑦ $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

⑧ $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

⑨ $(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)=a^3+b^3$

⑩ $(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)=a^3-b^3$

⑪ $(a+b+c)\left(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca\right)=a^3+b^3+c^3-3abc$

⑫ $\left(a^2+ab+b^2\right)\left(a^2-ab+b^2\right)=a^4+a^2b^2+b^4$

곱셈공식의 변형

① $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab,\ a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$

② $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab,\ (a-b)^2=(a+b)^2-4ab$

$|a-b|=\sqrt{(a+b)^2-4ab}$

③ $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b),$

④ $a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$

⑤ $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

Tip

- 다항식의 곱셈은 분배법칙이 기본이지만 공식으로 기억하자.
- 곱셈공식을 정확히 알고 있다면 외우기 쉽다.

예제 1.1

$(3x^2-xy-y^2)-(x+2y)(x-y)$를 계산하여라.

정답

$(3x^2-xy-y^2)-(x+2y)(x-y)$

$=3x^2-xy-y^2-(x^2+xy-2y^2)$

$=3x^2-xy-y^2-x^2-xy+2y^2$

$=2x^2-2xy+y^2$

예제 1.2

조립제법을 이용하여 $x^3-2x^2+4x+12$ 를 $x+2$로 나누었을 때, 몫과 나머지를 구하여라.

풀이

조립제법을 이용하면 $x^3-2x^2+4x+12$를 $x+2$로 나눈 몫과 나머지를 구하면 다음과 같다.

$$
\begin{array}{r|rrrr}
-2 & 1 & -2 & 4 & 12 \\
 & & -2 & 8 & -24 \\
\hline
 & 1 & -4 & 12 & \multicolumn{1}{|r}{-12}
\end{array}
$$

몫은 $x^2-4x+12$, 나머지는 -12

예제 1.3

다음 물음에 정답하여라.

(1) 다항식 $(3x^2+2x+1)^2$의 전개식에서 x^2의 계수, x^3의 계수를 구하여라.

(2) 다항식 $(1+x+x^2+x^3)^2-(1+x+x^2+x^3+x^4+\cdots+x^{100})^2$에서 x^3의 계수를 구하여라.

풀이

(1) 다항식 $(3x^2+2x+1)^2=(3x^2+2x+1)(3x^2+2x+1)$이므로

x^2의 계수는 (상수항)×(이차항)+(일차항)×(일차항)+(이차항)×(상수항)

$1\cdot 3x^2+2x\cdot 2x+3x^2\cdot 1=(3+4+3)x^2=10x^2$

따라서 x^2의 계수는 10이다.

x^3의 계수는 (이차항)×(일차항)+(일차항)×(이차항)

$3x^2\cdot 2x+2x\cdot 3x^2=(6+6)x^3=12x^3$

따라서 x^3의 계수는 12이다.

(2) 0

예제 1.4

$x+y=3$, $xy=2$일 때, 다음 식의 값을 구하여라. (단, $x>y$)

(1) x^2+y^2 (2) $x-y$ (3) x^3+y^3 (4) x^3-y^3

풀이

(1) $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=3^2-2\cdot 2=5$

(2) $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=3^2-4\cdot 2=1$

이때 $x>y$에서 $x-y>0$이므로 $x-y=1$

(3) $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=3^3-3\cdot 2\cdot 3=9$

(4) $x^3-y^3=(x-y)^3+3xy(x-y)=1^3+3\cdot 2\cdot 1=7$

1.3 항등식

1) 항등식

• 등식 : 등호($=$)를 사용하여 수나 식이 서로 같음을 나타내는 식
등식에는 항등식과 방정식이 있다.

• **항등식** : 주어진 식의 문자에 어떤 값을 대입해도 항상 성립하는 등식
• 방정식 : 주어진 식의 문자에 특정한 값을 대입할 때만 성립하는 등식

2) 미정계수법

(1) 계수비교법 : 항등식의 양변의 동류항의 계수끼리 서로 같다는 것을 이용하여 미정계수를 구하는 방법
(2) 수치대입법 : 미정계수의 개수만큼 항등식의 문자에 적당한 수를 대입하여 미정계수를 구하는 방법

Tip

다음의 표현들은 모두 x에 대한 항등식이다.

x에 대한 항등식 $\Leftrightarrow$ **모든** x의 값에 대하여 성립하는 등식
$\Leftrightarrow$ **임의의** x에 대하여 성립하는 등식
$\Leftrightarrow$ x**에 관계없이 항상** 성립하는 등식
$\Leftrightarrow$ **어떤** x**의 값에 대하여도 항상** 성립하는 등식

예제 1.5

등식 $x^2+3x+2=(x+1)^2+a(x+1)+b$가 x에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b의 값을 구하여라.

풀이

[방법1] 계수비교법

주어진 등식의 우변을 전개하여 정리하면 $x^2+3x+2=x^2+(a+2)x+(a+b+1)$

이 등식이 항등식이 되려면 항등식의 성질로부터

$3=a+2$ ...... ㉠

$2=a+b+1$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하면 $a=1$, $b=0$이다.

[방법2] 수치대입법

x에 대한 항등식이 x에 대한 어떠한 값을 대입하여도 항상 성립한다.

$x=-1$을 대입하면 $0=b$ ...... ㉠

$x=0$을 대입하면$2=1+a+b$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하면 $a=1$, $b=0$이다.

1.4 인수분해

인수분해

- 인수 : 수나 식이 몇 개의 수나 식의 곱으로 이루어졌을 때 그 낱낱의 수나 식
- 공통인수 : 둘 이상의 수나 식에 공통되는 인수
- 인수분해 : 하나의 다항식을 두 개 이상의 다항식의 곱으로 나타내는 것
  (다항식의 전개를 거꾸로 생각한 것)

곱셈공식을 이용한 인수분해

① $ma+mb-mc=m(a+b-c)$

② $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$, $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

③ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

④ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

⑤ $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

⑥ $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3$ ⇦ $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

⑦ $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=(a-b)^3$ ⇦ $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

⑧ $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$ ⇦ $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$

⑨ $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ ⇦ $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

⑩ $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=(a+b+c)^2$ ⇦ $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

치환을 이용한 인수분해, 복이차식의 인수분해

예제를 통해 이해하고 넘어간다.

예제 1.6

다음 각 식을 인수분해하여라.

(1) $4x^2-9$ (2) $(a-b)^2-(c-d)^2$ (3) $x^2-a^2+2ab-b^2$

(4) x^3-27 (5) $8x^3+27$ (6) $(x-y)^3-8z^3$

(7) $x^3+6x^2+12x+8$ (8) x^3-3x^2+3x-1

풀이

(1) $4x^2-9=(2x)^2-3^2=(2x+3)(2x-3)$

(2) $(a-b)^2-(c-d)^2=\{(a-b)+(c-d)\}\{(a-b)-(c-d)\}=(a-b+c-d)(a-b-c+d)$

(3) $x^2-a^2+2ab-b^2=x^2-(a^2-2ab+b^2)=x^2-(a-b)^2 \quad =\{x+(a-b)\}\{x-(a-b)\}$

$=(x+a-b)(x-a+b)$

(4) $x^3-27=x^3-3^3=(x-3)(x^2+3x+9)$

(5) $8x^3+27=(2x)^3+3^3=(2x+3)\{(2x)^2-2x\cdot3+3^2\}=(2x+3)(4x^2-6x+9)$

(6) $(x-y)^3-(2z)^3=\{(x-y)-2z\}\{(x-y)^2+(x-y)\cdot2z+(2z)^2\}$

$=(x-y-2z)(x^2+y^2+4z^2-2xy-2yz+2zx)$

(7) $x^3+6x^2+12x+8=x^3+3\cdot x^2\cdot2+3\cdot x\cdot2^2+2^3=(x+2)^3$

(8) $x^3-3x^2+3x-1=x^3-3\cdot x^2\cdot1+3\cdot x\cdot1^2-1^3=(x-1)^3$

예제 1.7

다음 각 식을 인수분해하여라.

(1) $(x^2+3x)^2-2(x^2+3x)-8$

(2) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-24$

(3) x^4-5x^2+4

(4) x^4+4x^2+16

풀이

(1) $x^2+3x=X$로 놓으면

$(x^2+3x)^2-2(x^2+3x)-8=X^2-2X-8=(X+2)(X-4)$

X에 x^2+3x를 대입하여 정리하면

$(X+2)(X-4)=(x^2+3x+2)(x^2+3x-4)=(x+1)(x+2)(x+4)(x-1)$

(2) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-24=(x+1)(x+4)(x+2)(x+3)-24$

$=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-24$

$x^2+5x=X$로 놓으면

$(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-24=(X+4)(x+6)-24=X^2+10X=X(X+10)$

$=(x^2+5x)(x^2+5x+10) \Leftarrow X=x^2+5x=x(x+5)(x^2+5x+10)$

(3) $x^2=rX$로 놓으면 X^2-5X+4

이차식 X^2-5X+4는 인수분해되므로 이 식을 인수분해한 후 다시 X에 x^2을 대입하여 정리면 된다.

$x^4-5x^2+4=X^2-5X+4=(X-1)(X-4)=(x^2-1)(x^2-4)$

$=(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)$

(4) $x^2=X$로 놓으면 $X^2+4X+16$

이차식 $X^2+4X+16$은 인수분해 되지 않으므로 x^4+4x^2+16의 이차항 $4x^2$을 적당히 분리하여 A^2-B^2꼴로 변형한다.

$x^4+4x^2+16=x^4+8x^2-4x^2+16$

$=(x^4+8x^2+16)-4x^2=(x^2+4)^2-(2x)^2=\{(x^2+4)+2x\}\{(x^2+4)-2x\}$

$=(x^2+2x+4)(x^2-2x+4)$

2. 방정식

2.1 다항방정식

- 일차방정식: $ax+b=0$ ex) $2x+1=0$
- 이차방정식: $ax^2+bx+c=0$ ex) $2x^2-3x-4=0$
- 삼차방정식: $ax^3+bx^2+cx+d=0$ ex) $3x^3+2x^2-7x+1=0$
- 사차방정식: $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0$ ex) $x^4-4x^2+3=0$

1) 절댓값 기호

$$|A| = \begin{cases} A & (A \geq 0) \\ A & (A < 0) \end{cases}$$

2) 가우스 기호

실수 x에 대하여 x보다 크지 않은 최대 정수를 $[x]$로 나타내고 기호 $[\ ]$를 가우스 기호라 한다.
정수 n에 대하여
$n \leq x < n+1$일 때, $[x]=n$

2.2 연립방정식

1) 미지수가 2개인 연립일차방정식

풀이 순서
(i) 미지수 중 하나를 소거하여 미지수가 1개인 일차방정식을 만든다.
(ii) (i)의 일차방정식을 푼다.
(iii) (ii)에서 구한 값을 한 일차방정식에 대입하여 나머지 미지수의 값을 구한다.

2) 미지수가 3개인 연립일차방정식

풀이 순서
(i) 미지수 중 하나를 소거하여 미지수가 2 개인 연립일차방정식을 만든다.
(ii) (i)의 연립일차방정식을 풀어 두 미지수의 값을 구한다.
(iii) (ii)에서 구한 두 미지수의 값을 한 일차방정식에 대입하여 나머지 미지수의 값을 구한다.

3) 미지수가 2개인 연립이차방정식

풀이 순서
$\begin{cases} (\text{ 일차식 }) = 0 \\ (\text{ 이차식 }) = 0 \end{cases}$의 풀이
(i) $(\text{ 일차식 })=0$에서 한 미지수를 다른 미지수에 대한 식으로 나타낸다.
(ii) (i)에서 얻은 식을 이차방정식에 대입하여 푼다.

Tip

• 연립방정식을 풀 때에는 미지수를 소거하여 미지수의 개수를 줄이는 것이 중요하다.
이때 가감법과 대입법 중 주어진 방정식의 형태에 따라 편리한 방법을 이용하여 푼다.

2.3 이차방정식

이차방정식

$ax^2+bx+c=0(a\neq 0,\ a,\ b,\ c$는 상수)

(1) 근의 판별식

① $D=b^2-4ac>0 \Leftrightarrow$ 서로 다른 두 실근

② $D=b^2-4ac=0 \Leftrightarrow$ 서로 같은 두 실근(중근)

③ $D=b^2-4ac<0 \Leftrightarrow$ 서로 다른 두 허근

(2) 근과 계수의 관계

두 근을 $\alpha,\ \beta$라 하면

$$\text{두 근의 합: } \alpha+\beta=-\frac{b}{a},\ \text{두 근의 곱: } \alpha\beta=\frac{c}{a}$$

(3) 근의 공식

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

예제 1.8

다음 연립방정식을 푸시오.

(1) $\begin{cases} 2x+y+z=1 & \cdots\cdots \ (\text{ㄱ}) \\ x+2y+z=3 & \cdots\cdots \ (\text{ㄴ}) \\ x+y+2z=4 & \cdots\cdots \ (\text{ㄷ}) \end{cases}$

(2) $\begin{cases} y-3x=0 & \cdots\cdots \ (\text{ㄱ}) \\ 2x^2+y^2=11 & \cdots\cdots \ (\text{ㄴ}) \end{cases}$

풀이

(1) (ㄱ) + (ㄴ) + (ㄷ)을 하면 $4(x+y+z)=8$

$\therefore\ x+y+z=2\ \cdots\cdots\ (\text{ㄹ})$

(ㄱ)-(ㄹ)을 하면 $x=-1$

(ㄴ)-(ㄹ)을 하면 $y=1$

(ㄷ)-(ㄹ)을 하면 $z=2$

$\therefore\ x=-1,\ y=1,\ z=2$

(2) (ㄱ)에서 $y=3x$ 이므로 이를 (ㄴ)에 대입하면 $2x^2+(3x)^2=11,\ \ x^2=1\ \therefore\ x=\pm 1$

$x=\pm1$을 (ㄱ)에 대입하여 정리하면 $y=\pm3$ (복호동순)

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$

예제 1.9

이차방정식을 풀어라.

(1) $2x^2+5x-3=0$

(2) $x^2-4x+13=0$

(3) $x^2-4x+1=0$

풀이

(1) $2x^2+5x-3=(x+3)(2x-1)=0$이므로 $x+3=0$ 또는 $2x-1=0$

$\therefore\ x=-3$또는 $x=\dfrac{1}{2}$

(2) $x^2-4x+13=0$에서 좌변이 인수분해 되지 않으므로 좌변을 완전제곱식으로 변형하면

$x^2-4x+4=-13+4,\ (x-2)^2=-9,\ x-2=\pm3i$

$\therefore\ x=2+3i$ 또는 $x=2-3i$

(3) 짝수 근의 공식으로부터 $a=1,\ b=2\cdot(-2)$이므로 $b'=-2,\ c=1$을 대입하여 계산하면

$x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\cdot1}}{1}=2\pm\sqrt{3}$

예제 1.10

다음 방정식을 풀어라.

(1) $|2x-1|=4x+1$

(2) $x^2-2|x-1|-1=0$

풀이

(1) $|2x-1|=4x+1$

절댓값 기호 안의 식 $2x-1$을 0으로 하는 $x=\dfrac{1}{2}$을 기준으로 구간을 나누면 $x<\dfrac{1}{2},\ x\ge\dfrac{1}{2}$

(i) $x<\dfrac{1}{2}$일 때, $-(2x-1)=4x+1\quad\therefore\ x=0$

(ii) $x\ge\dfrac{1}{2}$일 때, $2x-1=4x+1\quad\therefore\ x=-1$

따라서 (i), (ii)에서 주어진 방정식의 해는 $x=0$

(2) $x^2-2|x-1|-1=0$에서 절댓값 기호 안의 식 $x-1$을 0으로 하는

$x=1$을 기준으로 구간을 나눈다.

(i) $x<1$일 때,

$x^2+2(x-1)-1=0,\ x^2+2x-3=0$

$(x+3)(x-1)=0$

$\therefore\ x=-3$또는 $x=1$

이때 $x<1$이므로 $x=-3$

(ii) $x \geq 1$일 때,

$x^2-2(x-1)-1=0,\ x^2-2x+1=0$

$(x-1)^2=0$

이때 $x \geq 1$이므로 $x=1$

따라서 (i), (ii)에서 주어진 방정식의 해는 $x=-3$ 또는 $x=1$

예제 1.11

방정식 $2[x]^2-[x]-1=0$을 풀어라. (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수)

풀이

$2[x]^2-[x]-1=0$에서 $(2[x]+1)([x]-1)=0$

$\therefore\ [x]=-\dfrac{1}{2}$ 또는 $[x]=1$

그런데 $[x]$는 정수이므로 $[x]=1$ 따라서 $[x]=1$이므로 $1 \leq x < 2$

예제 1.12

이차방정식 $(x-3)^2=3x^2+10x+5$의 한 근이 $x=a+b\sqrt{2}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $|ab|$의 값은?

① 7 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

풀이

$(x-3)^2=3x^2+10x+5$에서 $x^2-6x+9=3x^2+10x+5$

$2x^2+16x-4=0 \quad \therefore\ x^2+8x-2=0$

$x=-4\pm\sqrt{4^2-1\cdot(-2)}=-4\pm3\sqrt{2}$

따라서 $a=-4,\ b=3$또는 $a=-4,\ b=-3$이므로

$|ab|=|a||b|=4\cdot3=12$

예제 1.13

이차방정식 $x^2+4x+2=0$의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라고 할 때, $\dfrac{1}{\alpha},\ \dfrac{1}{\beta}$을 두 근으로 갖고 x^2의 계수가 1인 이차방정식을 구하여라.

풀이

이차방정식 $x^2+4x+2=0$의 두 근이 $\alpha,\ \beta$이므로 근과 계수의 관계에서 $\alpha+\beta=-4,\ \alpha\beta=2$

두 근 $\dfrac{1}{\alpha},\ \dfrac{1}{\beta}$의 합과 곱을 구하면 $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\dfrac{-4}{2}=-2,\ \dfrac{1}{\alpha}\cdot\dfrac{1}{\beta}=\dfrac{1}{\alpha\beta}=\dfrac{1}{2}$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2+2x+\dfrac{1}{2}=0$이다.